

**BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR****GENIE OPTIQUE**  
**option PHOTONIQUE****Epreuve de PHYSIQUE APPLIQUEE****Sous-épreuve U42 : PHYSIQUE****Durée 2 heures 30****coefficient 2,5**

*La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

**Document à rendre avec la copie :****Annexe 1 .....page 5/5****Matériel autorisé :****Calculatrice conformément à la circulaire n°99-186 du 16/11/1999**

*Sont autorisées toutes les calculatrices de poche, y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimantes.*

*Le candidat n'utilise qu'une seule machine sur la table. Toutefois, si celle-ci vient à connaître une défaillance, il peut la remplacer par une autre.*

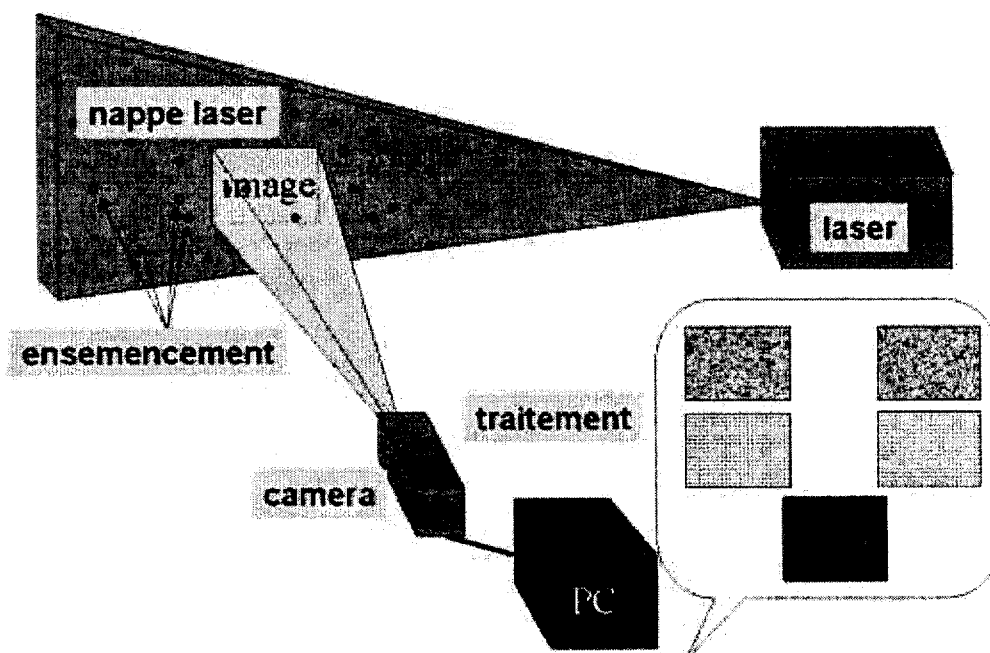
*Afin de prévenir les risques de fraude, sont interdits les échanges de machines entre les candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices.*

**Tout autre matériel est interdit**

*Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.  
Ce sujet comporte : 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5.*

## Vélocimétrie par Images de Particules

Le problème suivant, composé de 4 parties indépendantes, permet d'étudier les divers éléments du système représenté ci-dessous.



La vélocimétrie par images de particules (« Particle Image Velocimetry », ou PIV) permet de mesurer la vitesse de toutes les particules présentes dans un fluide. Pour cela, on éclaire par deux fois le fluide avec un laser, puis on compare les clichés pris par une caméra CCD. Des techniques de corrélation d'images permettent alors de déterminer la vitesse de chacune des particules.

### Données :

Constante de Planck  $h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J.s}$  ;

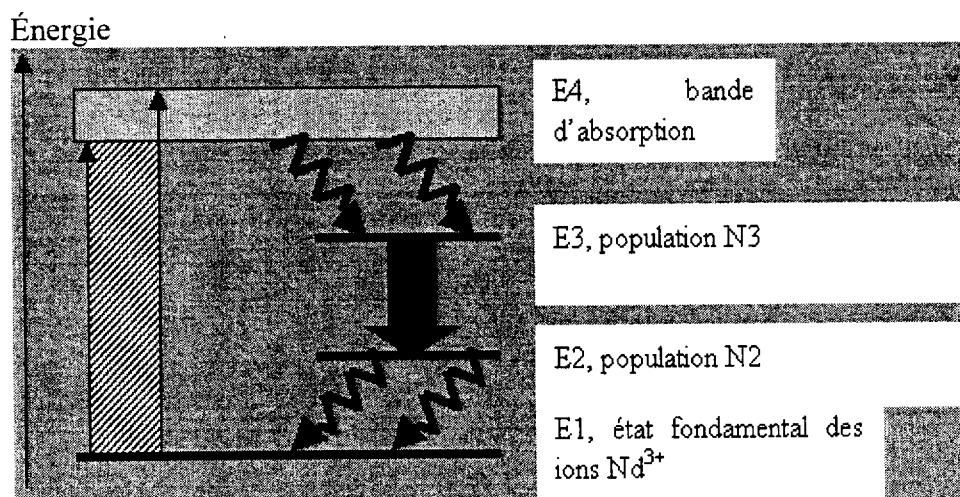
Célérité de la lumière dans le vide  $c = 3,000 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$  ;

$\cos(2a) = 1 - 2 \sin^2 a$

### **A - Le laser (5 points)**

On éclaire le fluide avec un laser Nd-YAG doublé en fréquence et émettant à 532 nm.

1. Le laser Nd-YAG est un laser à 4 niveaux dont le principe de fonctionnement est rappelé par l'intermédiaire du schéma suivant. Un pompage optique peuple la bande d'énergie  $E_4$ , laquelle se dépeuple par transition non radiative au profit du niveau  $E_3$ . La transition laser s'effectue alors entre le niveau  $E_3$  et  $E_2$ .



En spectroscopie, on repère souvent les niveaux d'énergie en  $cm^{-1}$ .

Le niveau  $E_3$  est ainsi situé à  $\sigma_3 = 11\,500\,cm^{-1}$  et le niveau  $E_2$  est situé à  $\sigma_2 = 2\,111\,cm^{-1}$ , ce qui correspond respectivement à  $2,286 \times 10^{-19}\,J$  et à  $4,196 \times 10^{-20}\,J$ .

La correspondance entre énergie du photon émis et longueur d'onde de l'onde correspondante se traduit alors simplement par la relation :

$$\sigma_3 - \sigma_2 = \frac{1}{\lambda}$$

où  $\lambda$  est exprimé en  $cm$ ,  $\sigma_2$  et  $\sigma_3$  en  $cm^{-1}$ .

1.1. Calculer la longueur d'onde de cette transition laser.

Justifier l'expression « doublé en fréquence » qualifiant le laser.

1.2. Quel est l'intérêt du pompage optique ?

2. Trajet des rayons dans la cavité laser :

La cavité laser est constituée d'un miroir concave  $M_1$  de rayon de courbure  $R = 1,0\,m$  et d'un miroir plan  $M_2$  éloigné de  $M_1$  de la distance  $d = 40\,cm$ .

On suppose les conditions de Gauss respectées.

**Sur l'annexe 1 à rendre avec la copie**, prolonger le trajet d'un rayon parallèle à l'axe optique en prenant en compte quatre réflexions.

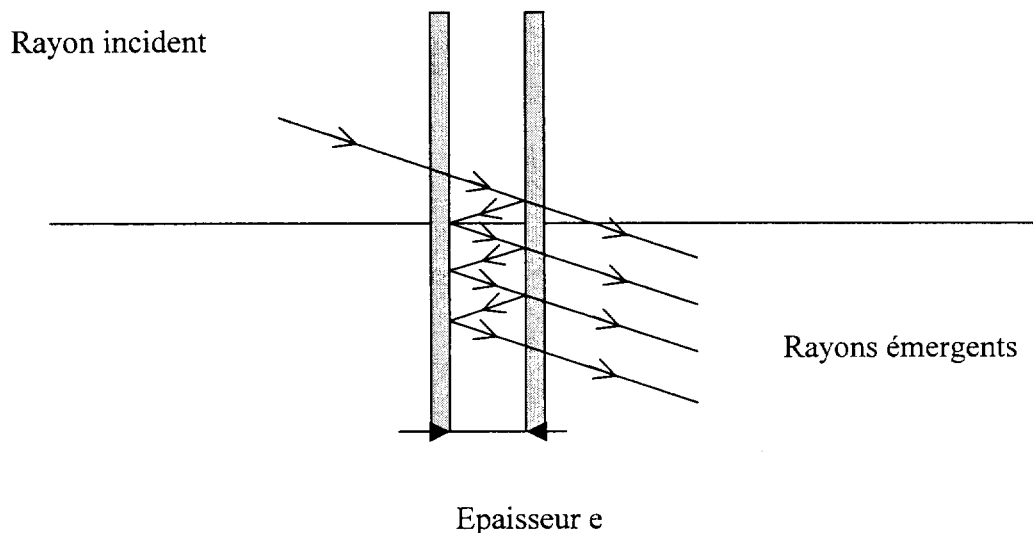
On positionnera au préalable le foyer  $F$  du miroir concave.

## **B - Le filtre interférentiel (7,5 points)**

La qualité des images est meilleure lorsqu'on place un filtre interférentiel devant la caméra CCD de façon à ne capter que la lumière issue du laser et à éviter la luminosité ambiante.

Le filtre est une cavité Perot-Fabry constituée de deux surfaces, de coefficient de réflexion en amplitude  $r$  et de coefficient de transmission en amplitude  $t$ . Elles sont séparées par une épaisseur  $e$  d'air dont l'indice sera pris égal à 1. On ne tiendra pas compte du déphasage supplémentaire de  $\pi$  introduit par chaque réflexion.

Le système est considéré comme non absorbant.



La cavité est éclairée sous une incidence  $i$  quelconque.

L'onde incidente arrivant sur la face d'entrée de la cavité a pour amplitude complexe  $A$  de sorte que l'expression de son champ électrique est :

$$E_0 = A \cdot \exp(-j\omega t_e) \text{ où } t_e \text{ désigne le temps}$$

1. Établir l'expression de la différence de marche  $\delta$  entre 2 rayons transmis consécutifs :

$$\delta = 2 e \cdot \cos i$$

2. En déduire le déphasage  $\varphi$  entre 2 rayons émergents consécutifs.

3. Exprimer l'amplitude complexe de chacune des ondes  $E_1, E_2, E_3, \dots, E_n$ , transmises en fonction de  $r, t, A$  et  $\varphi$ .

On prendra l'origine des phases au niveau de l'onde  $E_1$ .

4. Montrer que l'amplitude complexe de l'onde résultant de la superposition de toutes ces ondes vaut :

$$A_t = \frac{t^2 A}{1 - r^2 \exp(j\varphi)}$$

On rappelle que la somme des termes d'une suite géométrique de raison  $q$  ( $|q| < 1$ ) a pour

limite : 
$$S = \frac{1}{1 - q}$$

5. En déduire que l'expression de l'intensité  $I$  observée s'écrit sous la forme :

$$I = \frac{I_{\max}}{1 + \left[ \frac{4R}{(1-R)^2} \cdot \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right]}$$

avec  $R$  : coefficient de réflexion en énergie de chaque surface.

6. Dans les conditions d'utilisation du système, l'angle d'incidence très faible peut être considéré comme nul. Déterminer la valeur minimale de l'épaisseur permettant de transmettre la longueur d'onde 532 nm.

7. Donner l'expression des autres longueurs d'ondes transmises.

En pratique, comment peut-on les éliminer ?

### C - La cellule de Pockels (5 points)

La lumière issue du laser passe par une cellule de Pockels qui fait office d'interrupteur optique. Elle permet de créer des impulsions lumineuses très brèves à l'aide d'un générateur. La lumière issue du laser est polarisée rectilignement.

1. Les axes neutres de la cellule sont orientés à  $45^\circ$  de la direction de polarisation de la lumière laser. Faire un schéma de ces directions en vue de face.

2. La lumière traverse la cellule de type transversal sur une épaisseur  $d = 4,0$  cm. On peut appliquer la tension  $V$  entre les électrodes séparées par la distance  $b = 5$  mm.

Le milieu biréfringent est constitué de KDP. Les indices selon l'axe des  $x$  et l'axe des  $y$  valent

$$n_x = n_o$$

$$n_y = n_e + \frac{KV}{b}, \quad \text{avec } K = 1,7 \times 10^{-11} \text{ V}^{-1}$$

Les indices ordinaire et extraordinaire  $n_o$  et  $n_e$  se calculent, en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$  exprimée en  $\mu\text{m}$ , par la formule de Sellmeier :

$$n^2 = A + \frac{B}{\lambda^2 - C} + \frac{D\lambda^2}{\lambda^2 - E}$$

Pour  $n_o$  :

A	B	C	D	E
2,2576	0,0101	0,0142	1,7623	57,8984

Pour  $n_e$  :

A	B	C	D	E
2,1295	0,0097	0,0014	0,7580	127,0535

On considère tout d'abord une cellule non alimentée.

2.1. Calculer les valeurs de  $n_x$  et  $n_y$  pour la longueur d'onde fournie par le laser (532 nm).

2.2. Exprimer puis calculer le déphasage entre les ondes ordinaire et extraordinaire.

2.3. On ajoute un polariseur après la cellule de Pockels. Il laisse passer les vibrations lumineuses dont la direction de polarisation est parallèle à celle du faisceau laser initial.

En quoi ce polariseur est-il nécessaire pour faire interférer les ondes ?

2.4. Exprimer l'intensité lumineuse obtenue après ce polariseur en fonction de  $\lambda$ ,  $d$ ,  $n_x$  et  $n_y$ .

3. On applique une tension  $V$  à la cellule pour obtenir un déphasage supplémentaire de  $\pi$  par rapport à l'état initial. Exprimer  $V$  en fonction de  $\lambda$ ,  $K$ ,  $b$ ,  $d$ .

Calculer la valeur de  $V$ .

### D - Objectif de caméra (2,5 points)

On filme la scène avec une caméra CCD munie d'un objectif, qui est modélisé par une lentille mince de distance focale égale à 50 mm. La caméra est placée à 300 mm de l'écoulement.

Le capteur est constitué d'une matrice 1024 x 1024 pixels, chacun ayant une taille de 24  $\mu\text{m}$ .

1. Déterminer la distance entre l'objectif et le capteur CCD.

2. Quelle est la valeur maximale de la taille de l'écoulement observable ?

**ANNEXE 1**  
**À rendre avec la copie**

